

Tentamen Programmacorrectheid, 21 april 2008

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties. Behandel elke herhaling met het volledige stappenplan.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg kamer 374.

Opgave 1 (18 %). Bepaal een geannoteerd commando S dat voldoet aan

$$\begin{array}{l} \text{var } i, j, k : \mathbb{Z} \\ \{ P : (X \leq i \vee X \leq j \vee X \leq k) \wedge i \leq Y \wedge j \leq Y \wedge k \leq Y \\ \quad \wedge i + j + k = Z \} \\ S \\ \{ Q : X \leq i \leq Y \wedge j = Z \} . \end{array}$$

Aanwijzing. Je mag de operatoren **min** en **max** gebruiken, desgewenst herhaaldelijk. Eén van de twee komt hier goed van pas.

Opgave 2 (34 %). Gegeven zijn twee arrays volgens

$$\text{const } n : \mathbb{N}, \quad a, b : \text{array } [0 \dots n] \text{ of } \mathbb{R} .$$

Bepaal een commando S ter berekening van

$$\Sigma(a[i] \cdot b[j] \mid i, j : 0 \leq j \leq i < n) .$$

De tijdscomplexiteit van commando S dient $\mathcal{O}(n)$ te zijn.

Stel eerst geschikte recurrente betrekkingen op, geef daarna een formele specificatie van het gevraagde programma, en voer dan pas het stappenplan uit.

Opgave 3 (48 %). Gegeven zijn constanten $m, c : \mathbb{Z}$, en een functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ die zwak dalend is in zijn beide argumenten. Bepaal een commando S ter bepaling van het aantal paren (i, j) met $i \geq 0$ en $i^2 \leq j < m$ en $h(i, j) > c$.

(a: 6 %) Geef een formele specificatie voor commando S .

(b: 24 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegeven ongelijkheden. Geef aan waar berg en dal liggen, hoe de hoogtelijn loopt, en waar je het resterende zoekgebied legt. Definieer een functie waar Z mee berekend kan worden. Bepaal recurrente betrekkingen voor deze functie. (Je hebt geen vierkantwortels nodig.)

(c: 18 %) Bepaal een commando S met tijdscomplexiteit $\mathcal{O}(m)$ dat aan bovenstaande specificatie voldoet.